

Kalkulus harmadik feladatsor

Gauss-elimináció, lineáris egyenletrendszerek

1. Hány ismeretlen szerepel az alábbi lineáris egyenletrendszerben? Hány egyenlet? Írjuk fel a kibővített együttható mátrixot! Milyen méretű lesz ez a mátrix?

$$\begin{aligned}x + y + z + 2u + v &= 2 \\ -2x - 2y - 6z - 8u &= 10 \\ 2y - 3z - u &= 17 \\ -x - y + z + 4v &= 9\end{aligned}$$

2. Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi lineáris egyenletrendszereket!

a,

$$\begin{aligned}2x + 3y + 2z &= 7 \\ 4x + 3y + 3z &= 10 \\ 6x + 8z &= 14\end{aligned}$$

b,

$$\begin{aligned}x + 3y + 5z &= -5 \\ -3x - 8z &= 19 \\ x + 21y + 19z &= 3\end{aligned}$$

c,

$$\begin{aligned}x + 4y + 2z &= -1 \\ 3x + 17y + 7z &= -11 \\ -x + 6y &= 8\end{aligned}$$

3. a, Legyen $\mathbf{A}$ az alábbi mátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -1 \\ 5 & 3 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Oldja meg az $\mathbf{A} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 15 \\ -10 \end{bmatrix}$ egyenletet!

b, Legyen $\mathbf{B}$ az alábbi mátrix:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Oldja meg az $\mathbf{B} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -14 \end{bmatrix}$ egyenletet!

c, Legyen $\mathbf{C}$ az alábbi mátrix:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -4 \\ 0 & 3 & -2 \\ -3 & -9 & 8 \end{bmatrix}.$$

Oldja meg az $\mathbf{C} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 14 \\ 4 \end{bmatrix}$ egyenletet!